

华罗庚中学

# 第一章 安培力与洛伦兹力

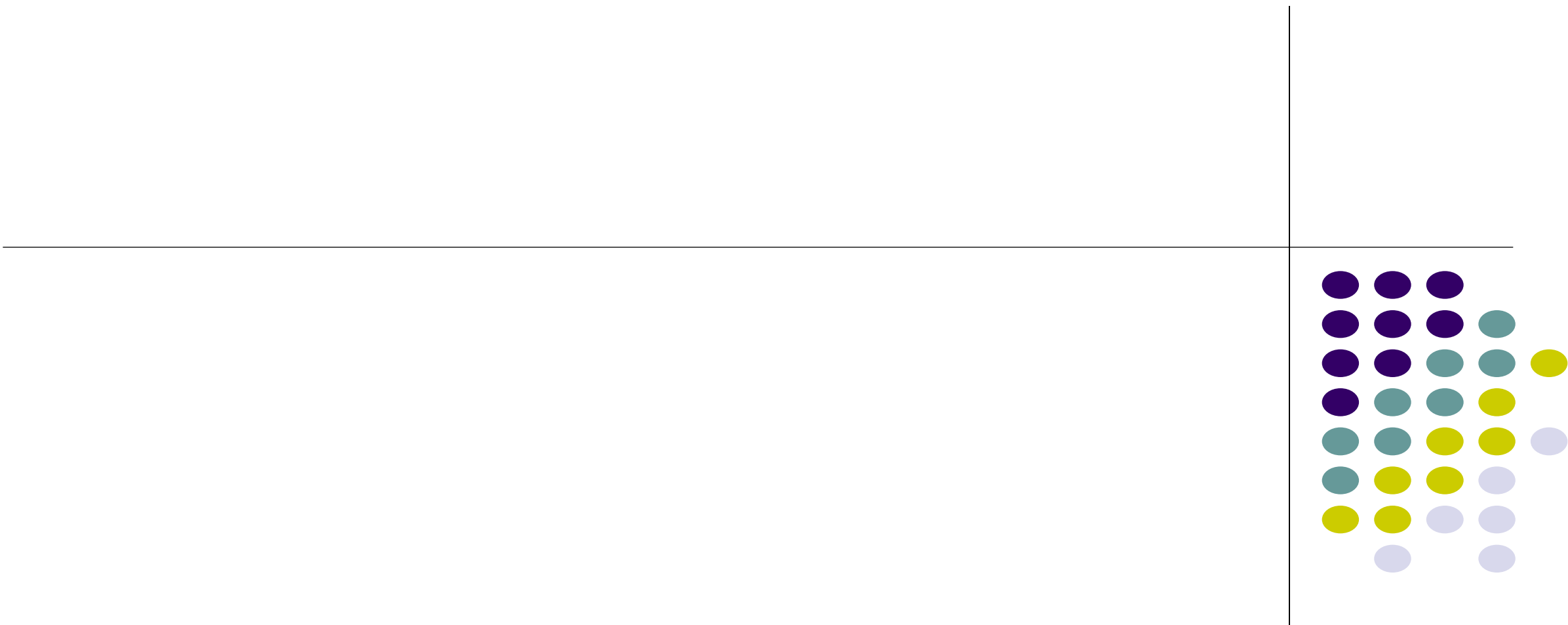
---

## 1.4 质谱仪与回旋加速器

江苏省华罗庚中学 赵小钧

<http://www.hlgzx.com>





在科学研究和工业生产中，常需  
要将一束带等量电荷的粒子分开，以  
便知道其中所含物质的成分。利用所  
学的知识，你能设计一个方案，以便  
分开电荷量相同、质量不同的带电粒  
子吗？



先用加速电场加速比荷不同的带电粒子，再用匀强电场使带电粒子偏转，从而把它们分开。原理图如图所示：

(1) 先加速

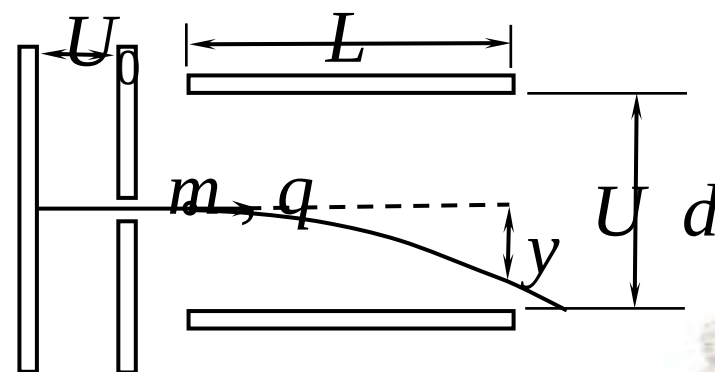
由： $qU_0 = \frac{1}{2}mv^2$  得： $v = \sqrt{\frac{2qU_0}{m}}$

(2) 再偏转（类平抛运动）

纵向： $x = v \cdot t$

横向： $y = \frac{1}{2} \frac{qU}{md} t^2$

得： $y = \frac{U}{4dU_0} \cdot x^2$



由粒子的轨迹方程可知，粒子的轨迹与粒子的性质无关，无法分开比荷不同的粒子。

# ◆ 应用一： 质谱仪

01

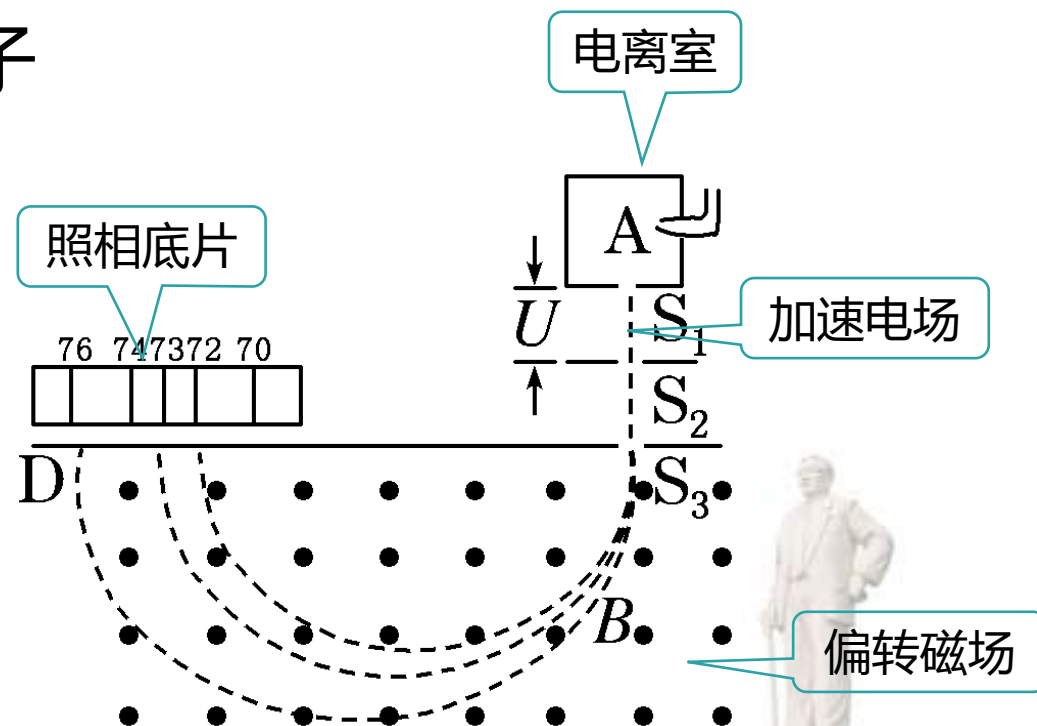
## 质谱仪的结构

电离室：使中性气体电离，产生带电粒子

加速电场：使带电粒子获得速度

偏转磁场：使不同带电粒子偏转分离

照相底片：记录不同粒子偏转位置及半径



(1) 先加速

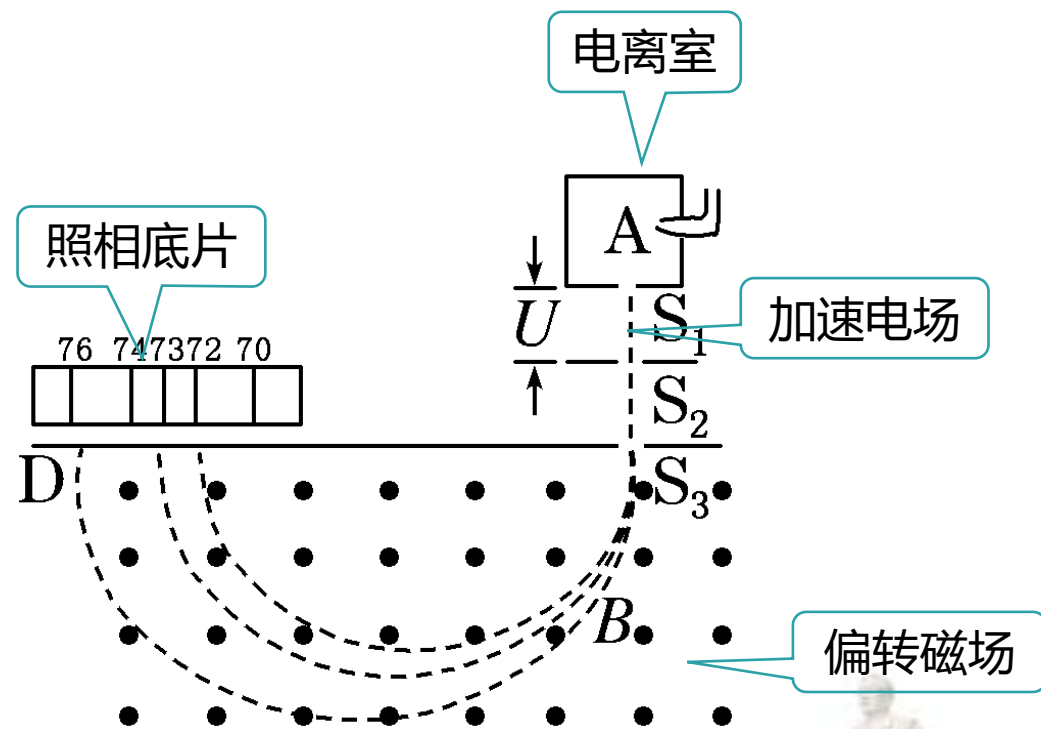
由:  $qU_0 = \frac{1}{2}mv^2$  得:  $v = \sqrt{\frac{2qU_0}{m}}$

(2) 再偏转(匀速圆周运动)

$qvB = m\frac{v^2}{r}$   $r = \frac{mv}{qB}$  得:

$r = \frac{1}{B} \sqrt{\frac{2mU_0}{q}}$   $\longrightarrow$  这样比荷不同的粒子就可以被分开了。

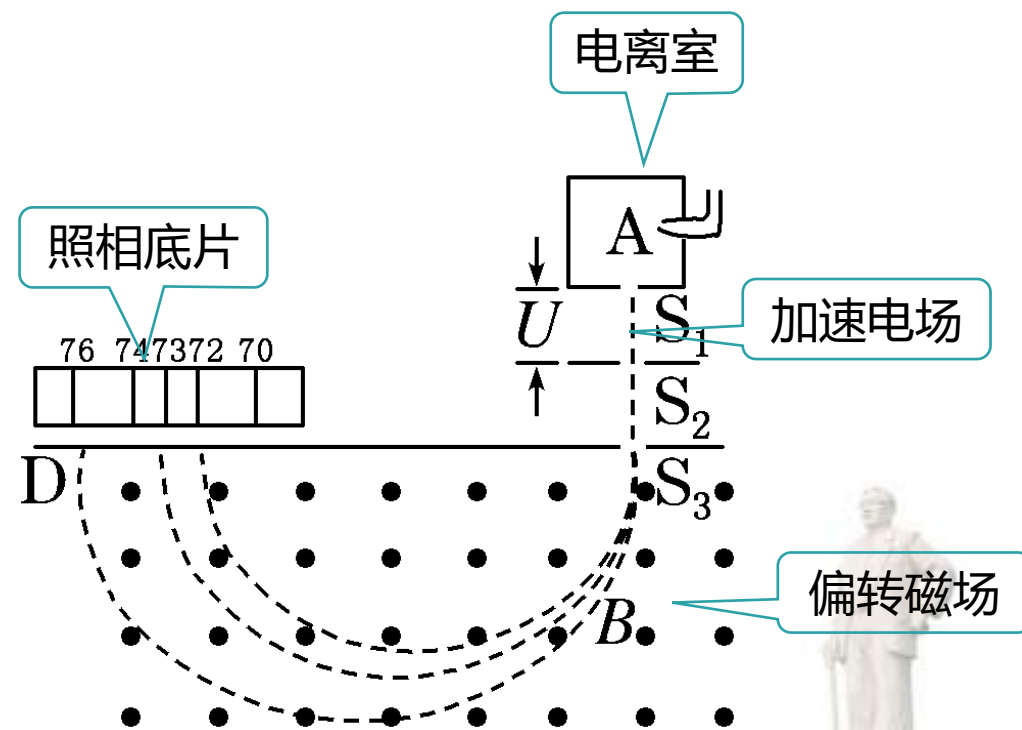
质谱仪还可以完成其他实验任务吗?



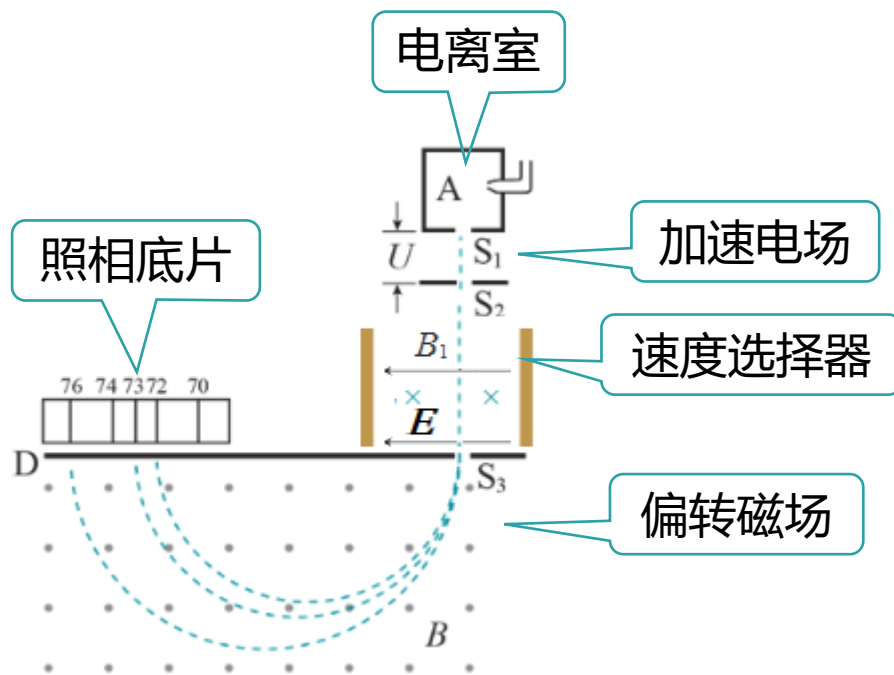
质谱仪还可以计算粒子的质量，其原理是，可以根据入射孔和底片计算出带电粒子在磁场中偏转半径 $r$ ，则有：

$$r = \frac{1}{B} \sqrt{\frac{2mU_0}{q}} \Rightarrow m = \frac{qB^2 r^2}{2U_0}$$

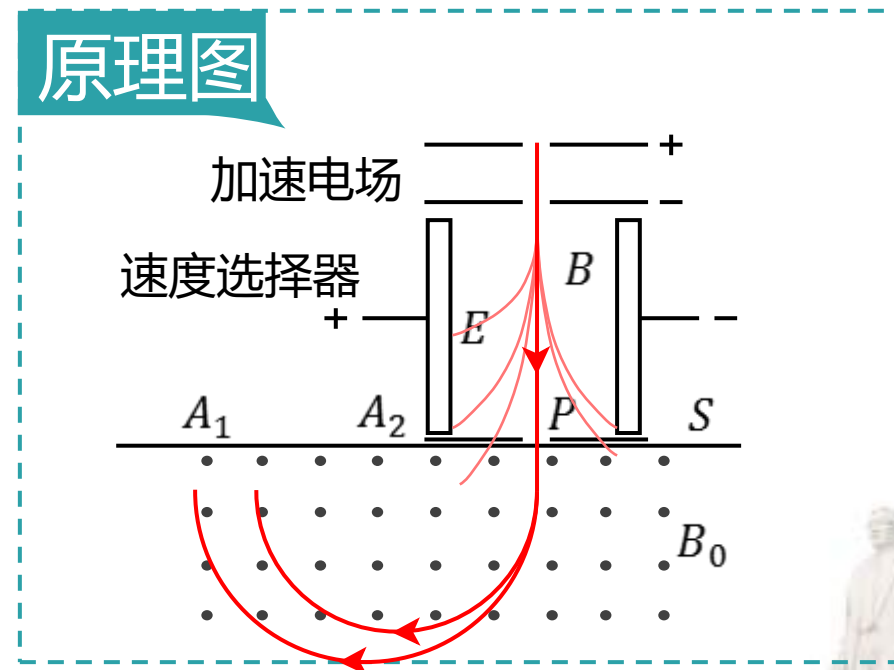
若粒子初速度不为零，上述结论是否还成立，如何克服这一问题带来的困难？



观察改进后质谱仪的结构，这样的设计有什么优点？



原理图



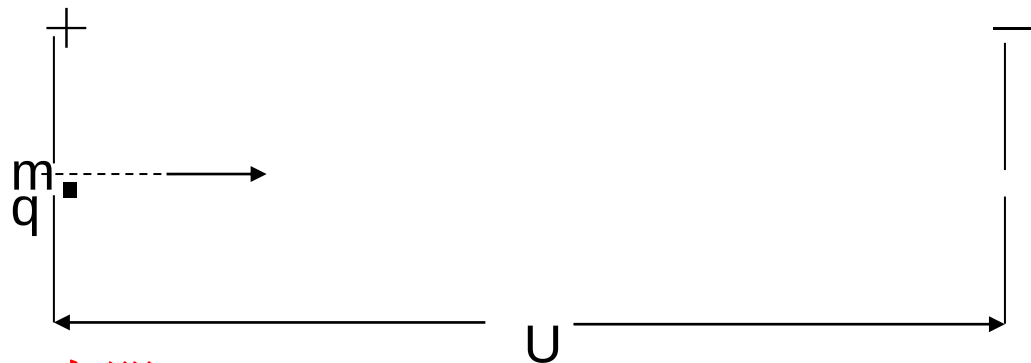
速度选择器  $E, B$ :  $v = \frac{E}{B}$

偏转磁场  $B_0$ :  $r = \frac{mv}{qB_0} = \frac{mE}{qBB_0} \Rightarrow m = \frac{qrBB_0}{E}$

要认识原子核内部的情况，必须把核“打开”进行“观察”。然而，原子核被强大的核力约束，只有用极高能量的粒子作为“炮弹”去轰击，才能把它“打开”。**如何产生极高能量的粒子？**



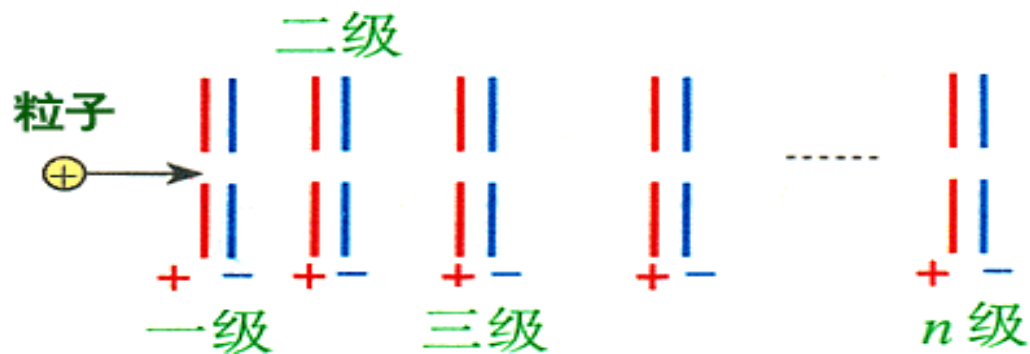
## 单级加速器



粒子获得的能量:  $E_k = qU$

缺点: 受实际能达到的电压限制, 所获能量并不太高

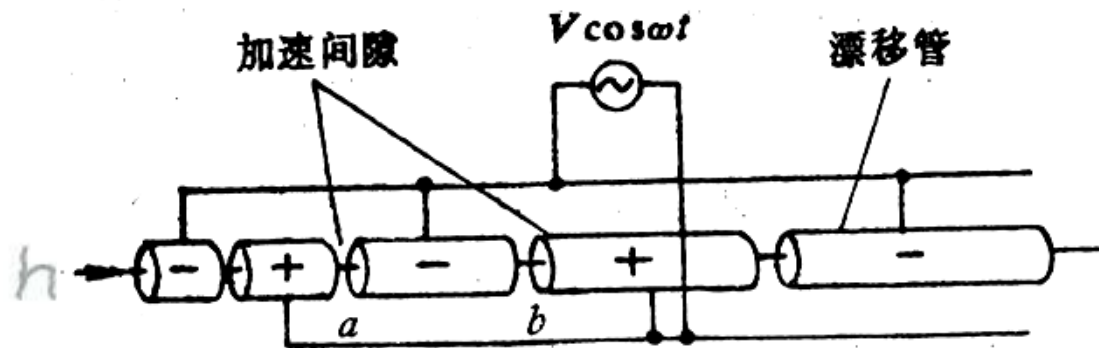
## 多级加速器

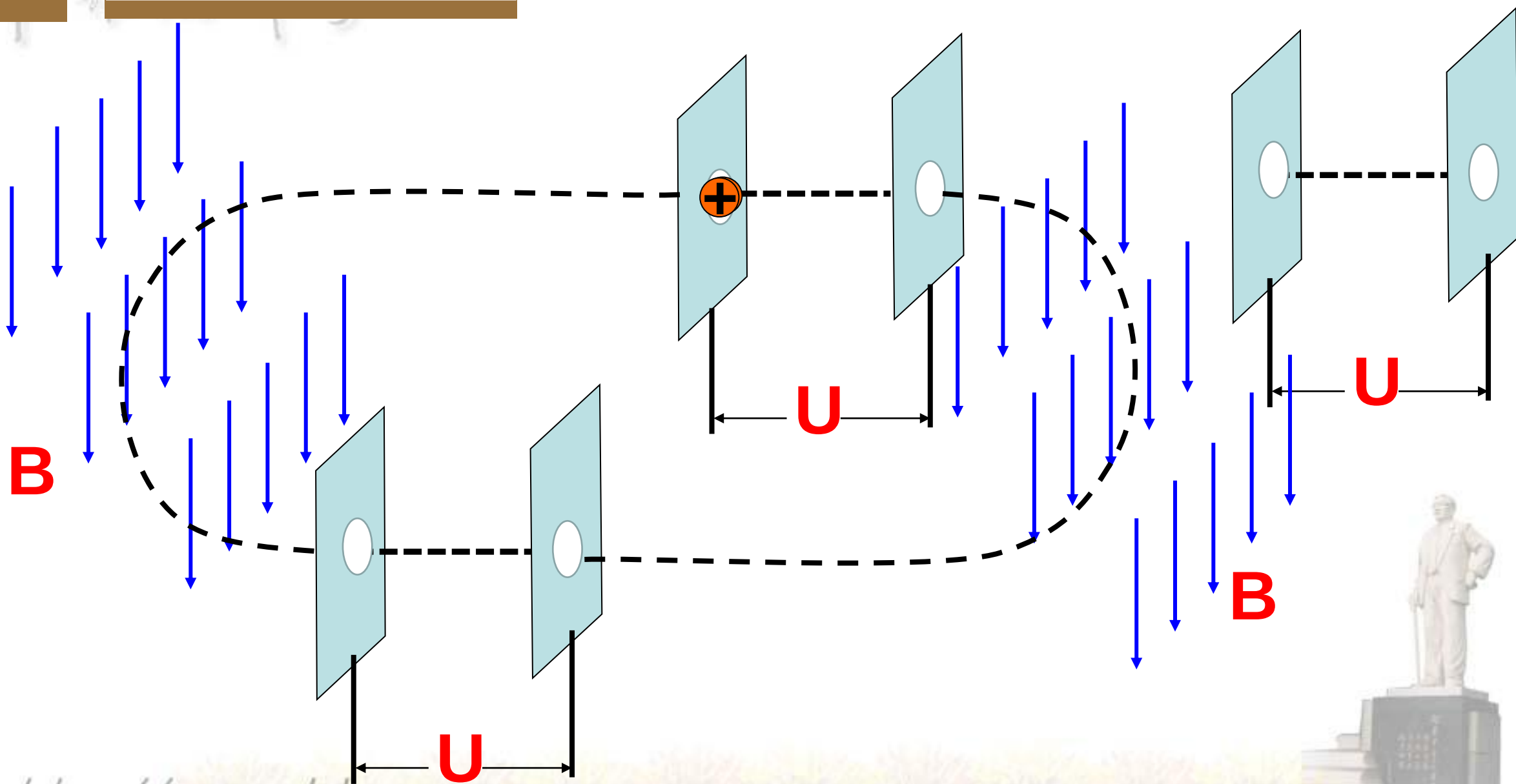


$$\frac{1}{2}mv^2 = nqU$$

因为交变电压的变化周期固定, 粒子在每一级加速的时间相等, 直线加速器受到加速电压和空间范围的限制

缺点: 所占空间太大



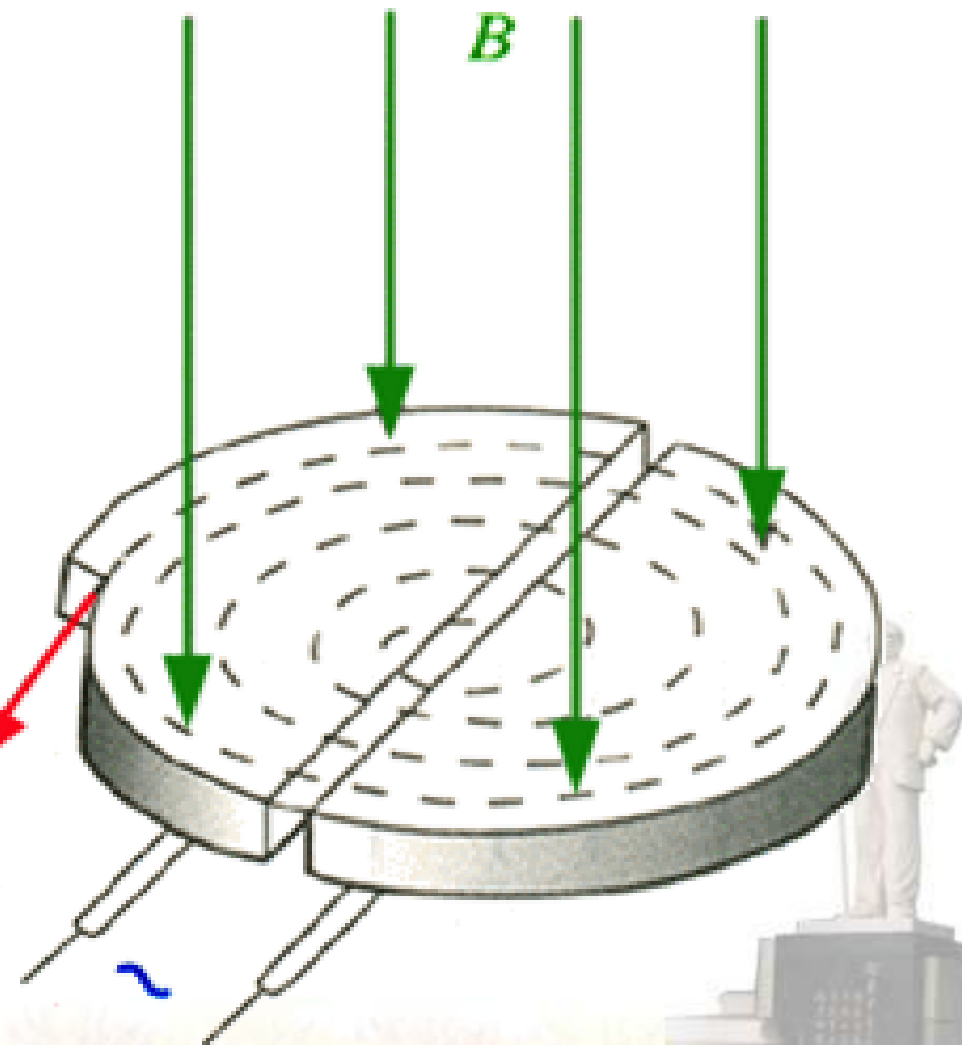
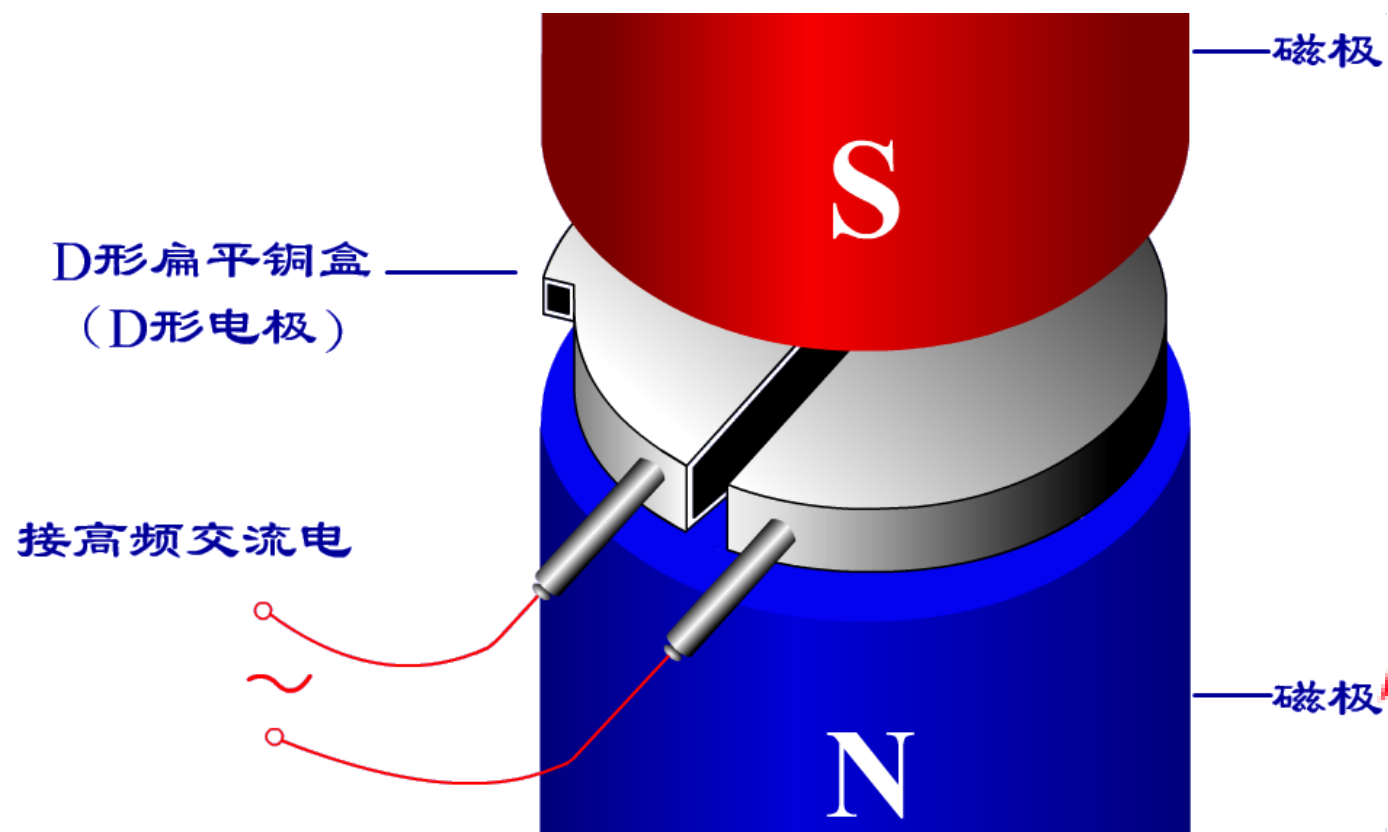


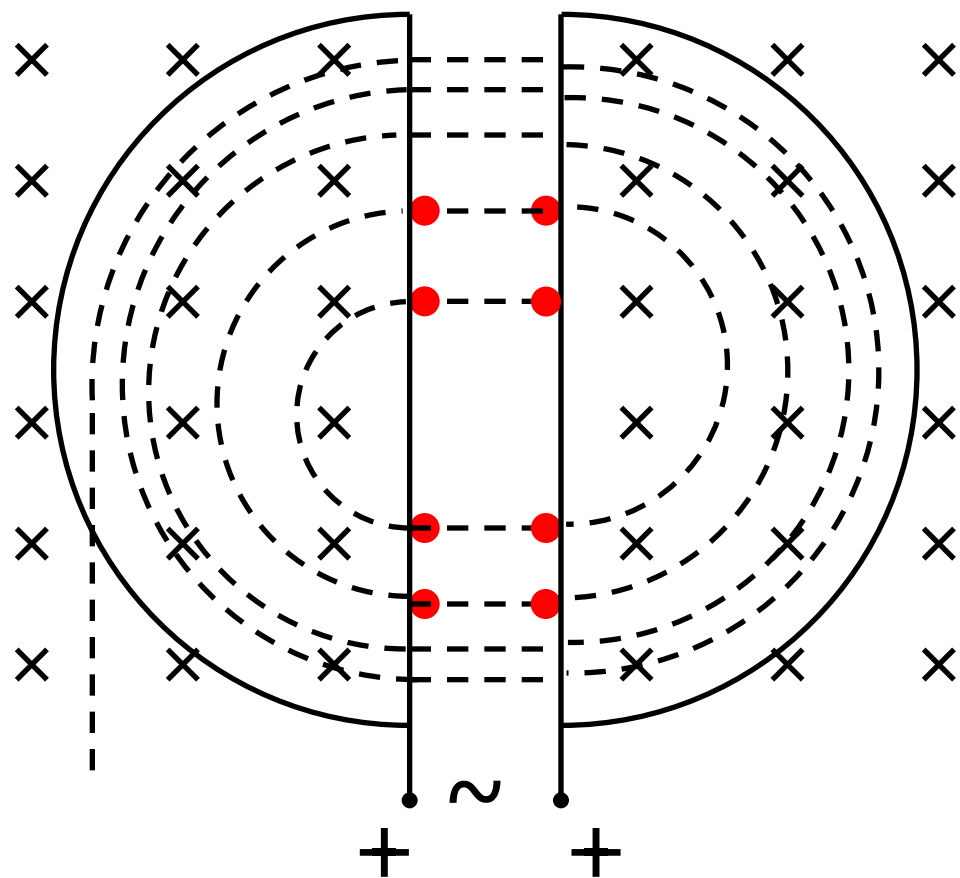
## ◆ 应用二 回旋加速器

1931年，加利福尼亚大学的劳伦斯提出了一个卓越的思想，通过磁场的作用迫使带电粒子沿着磁极之间做螺旋线运动，把长长的电极像卷尺那样卷起来，发明了回旋加速器，第一台直径为27cm的回旋加速器投入运行，它可将质子加速到1MeV。1939年劳伦斯获诺贝尔物理奖。



<http://w>

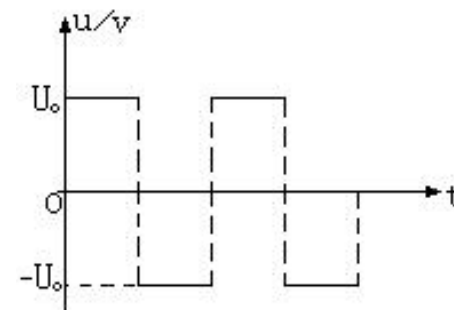




问题1、忽略粒子加速的时间，粒子的运动越来越快，也许粒子走过半圆的时间间隔越来越短，这样两盒电势差的正负变换就要越来越快，从而造成技术上的一个难题，实际情况是这样吗？

带电粒子在磁场中运动的周期：

$$T = \frac{2\pi r}{v} = \frac{2\pi m}{qB}$$



高频电极的往复变化周期与粒子圆周运动周期T相同

问题2、粒子加速后的最大速度或最大能量是多少，它们由什么因素决定？跟电压大小有关系吗？

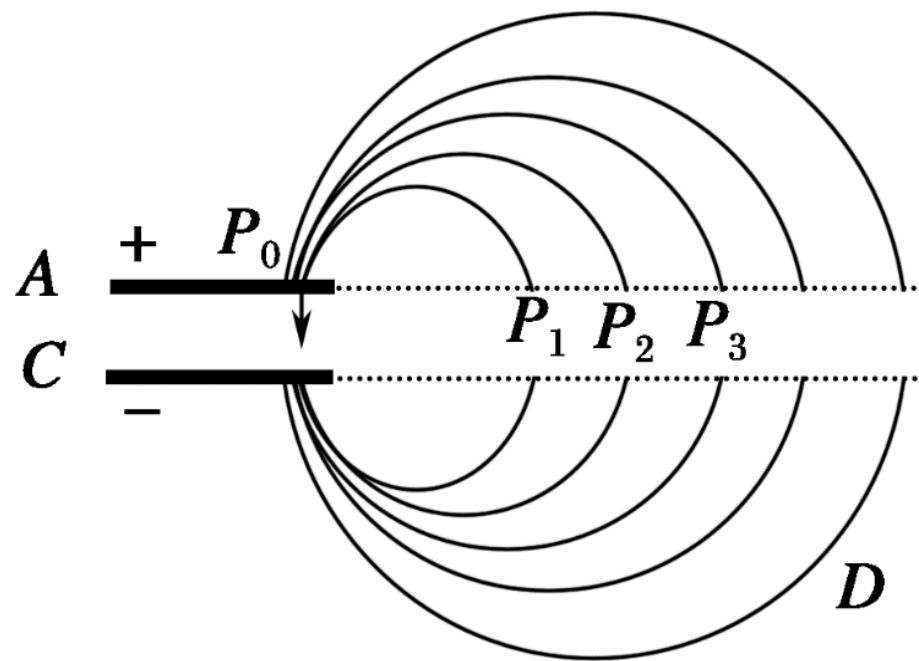
$$qv_m B = \frac{mv_m^2}{R} \quad v_m = \frac{qBR}{m}$$

小结：1、表面上D形盒半径越大，粒子能达到的速度越大但是粒子能量达到25~30MeV后，就很难在加速了

2、按照狭义相对论，粒子的质量随着速度的增加而增大，会导致回旋周期变化，破坏周期的同步

$$E_{km} = \frac{1}{2} mv_m^2 = \frac{q^2 B^2 R^2}{2m}$$





回旋加速器是用来加速一群带电粒子使它们获得很大动能的仪器，其核心部分是两个D形金属盒，两盒分别和一高频交流电源两极相接，以便在盒内的窄缝中形成匀强电场，使粒子每次穿过窄缝时都能被加速，加速电压大小始终为 $U$ ，两盒放在磁感应强度为 $B$ 的匀强磁场中，磁场方向垂直于盒底面，粒子源置于盒的圆心附近，若粒子源射出的粒子电荷量为 $q$ ，质量为 $m$ ，粒子最大回旋半径为 $R_{\max}$ 。求：

(1)所加交流电源频率；

答案  $\frac{qB}{2\pi m}$

### 解析

粒子在电场中运动时间极短，因此所加交流电源频率要符合粒子回旋频率，粒子做圆周运动的向心力由洛伦兹力提供，则  $qvB = m \frac{v^2}{r}$ ，

$$\text{则 } T = \frac{2\pi r}{v} = \frac{2\pi m}{qB},$$

$$\text{交流电源频率 } f = \frac{1}{T} = \frac{qB}{2\pi m}.$$

(2)粒子离开加速器时的最大动能；

答案  $\frac{q^2 B^2 R_{\max}^2}{2m}$

解析

由牛顿第二定律知  $qBv_{\max} = \frac{mv_{\max}^2}{R_{\max}}$ ,

则  $v_{\max} = \frac{qBR_{\max}}{m}$ ,

则最大动能  $E_{\text{kmax}} = \frac{1}{2}mv_{\max}^2 = \frac{q^2 B^2 R_{\max}^2}{2m}$ 。

(3)粒子被加速次数；

答案  $\frac{qB^2R_{\max}^2}{2mU}$

解析

设粒子被加速次数为 $n$

由动能定理  $nqU = E_{k\max}$  得  $n = \frac{qB^2R_{\max}^2}{2mU}$ 。

(4)若带电粒子在电场中加速的加速度大小恒为 $a$ ，粒子在电场中加速的总时间。

答案  $\frac{qBR_{\max}}{ma}$

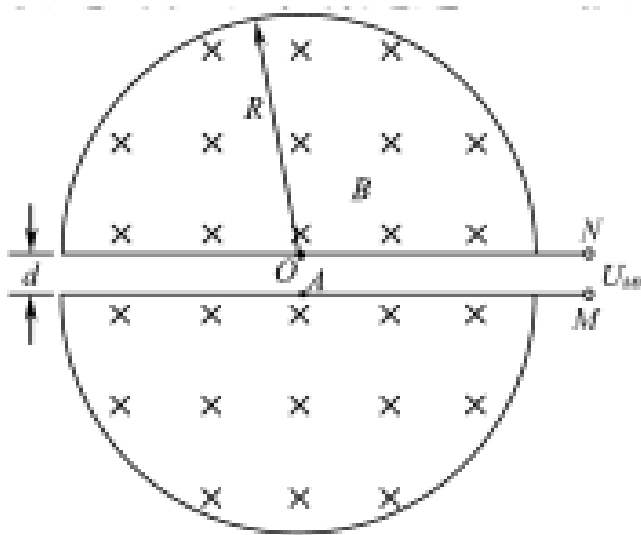
解析

由于加速度大小始终不变，

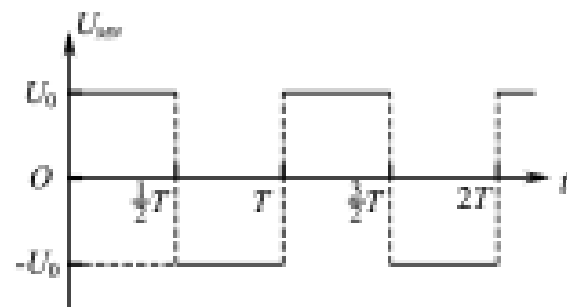
由  $v_{\max} = at$  得  $t = \frac{qBR_{\max}}{ma}$ 。

**经典赏析：**回旋加速器的工作原理如题15-1图所示，置于真空中的D形金属盒半径为R，两盒间狭缝的间距为d，磁感应强度为B的匀强磁场与盒面垂直，被加速粒子的质量为m，电荷量为+q，加在狭缝间的交变电压如题15-2图所示，电压值的大小为 $U_0$ 。周期 $T = \frac{2\pi m}{qB}$ 。一束该粒子在 $t=0-T/2$ 时间内从A处均匀地飘入狭缝，其初速度视为零。现考虑粒子在狭缝中的运动时间，假设能够出射的粒子每次经过狭缝均做加速运动，不考虑粒子间的相互作用。求：

- (1) 出射粒子的动能 $E_k$ ；
- (2) 粒子从飘入狭缝至动能达到 $E_k$ 所需的总时间 $t_{\text{总}}$ ；
- (3) 要使飘入狭缝的粒子中有超过99%能射出，d应满足的条件。



(题 15-1 图)



(题 15-2 图)

(1) 粒子运动半径为  $R$  时, 有  $qvB = m \frac{v^2}{R}$  且  $E_m = \frac{1}{2}mv^2$

解得  $E_m = \frac{q^2 B^2 R^2}{2m}$

(2) 粒子被加速  $n$  次达到动能  $E_m$ , 则  $nqU_0 = E_m$

粒子在狭缝间做匀加速运动, 设  $n$  次经过狭缝的总时间为  $\Delta t$

加速度  $a = \frac{qU_0}{md}$

匀加速直线运动  $nd = \frac{1}{2}a \cdot \Delta t^2$

由  $t_0 = (n-1) \cdot \frac{T}{2} + \Delta t$  解得  $t_0 = \frac{\pi BR^2 + 2BRd}{2U_0} - \frac{\pi m}{qB}$



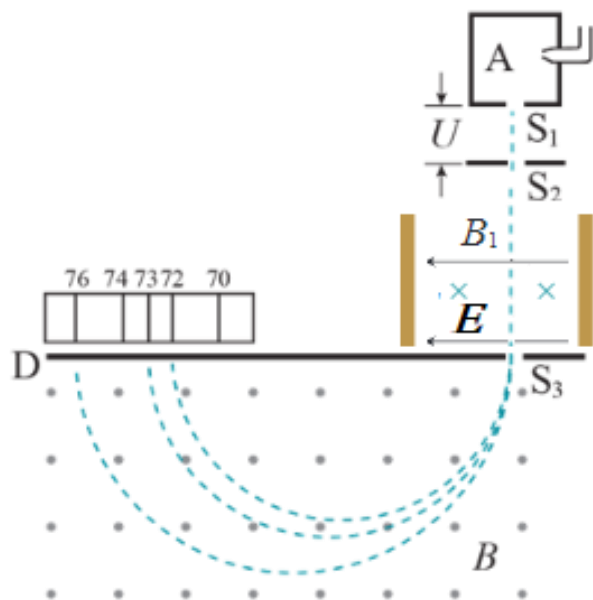
(3) 只有在  $0 \sim (\frac{T}{2} - \Delta t)$  時間內飄入的粒子才能每次均被加速

則所占的比例為  $\eta = \frac{\frac{T}{2} - \Delta t}{\frac{T}{2}}$  由  $\eta > 99\%$ ，解得  $d < \frac{\pi m U_0}{100 q B^2 R}$



# ◆ 本课小结

## 一. 质谱仪

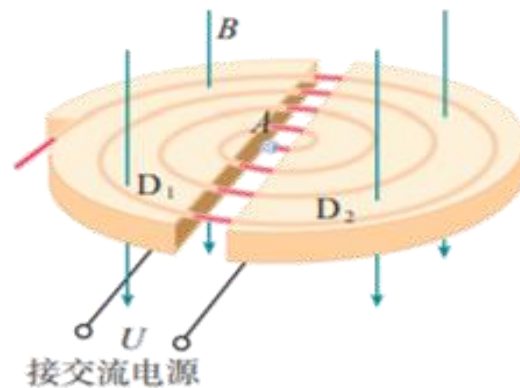


$$r = \frac{1}{B} \sqrt{\frac{2mU}{q}}$$

$$m = \frac{qB^2 r^2}{2U_0}$$

<http://www.hgzx.com>

## 二. 回旋加速器



$$T_{\text{电}} = T_{\text{磁}} = \frac{2\pi m}{qB}$$

$$E_k = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{q^2 B^2 r^2}{2m}$$

